Metodi Hamiltoniani e condizioni sufficienti per l'ottimalità locale forte in problemi di controllo

Laura Poggiolini

Un problema di controllo ottimo, nella sua forma più generale consiste nella minimizzazione di un funzionale $C(T, \xi, u)$ tra tutte le terne (T, ξ, u) (tempo finale, traiettoria, controllo) ammissibili per un assegnato sistema di controllo.

Una volta determinate condizioni sufficienti per l'esistenza del minimo, si pone il problema dell'individuazione della/e terna/e minimizzante/i.

Il Principio di Massimo di Pontryagin (PMP) fornisce condizioni necessarie affinché una terna ammissibile sia un minimizzante del problema ma non è una condizione sufficiente per l'ottimalità di una terna.

Si cercano dunque condizioni sufficienti affinché una terna ammissibile $(\widehat{T}, \widehat{\xi}, \widehat{u})$ che soddisfa il PMP – un *estremale di Pontryagin* – sia un ottimo, per lo meno localmente. Considereremo due tipi di ottimalità locale, entrambi *forti*, nel senso che l'aggettivo "locale" non riguarda il controllo u ma solo lo stato ξ.

Le condizioni che si danno sono condizioni di regolarità e condizioni del secondo ordine, nella forma della richiesta di coercività di una opportuna variazione seconda, che dipende dalla struttura del controllo $\widehat{u}$. L'ottimalità viene provata mediante l'impiego di metodi Hamiltoniani.