

Un problema di controllo in un modello di propagazione degli incendi

Consideriamo il seguente semplice modello per la propagazione di un incendio. Al tempo 0 la zona incendiata è un insieme aperto U_0 di \mathbf{R}^2 . Al tempo t l'insieme U_t raggiunto dall'incendio è dato da quei punti x che sono terminali per traiettorie $\eta : [0, t] \rightarrow \mathbf{R}^2$ tali che $\eta(0) \in U_0$ e $\dot{\eta}(\tau) \in F(\eta(\tau), \tau)$. $F(x, \tau)$ è un sottoinsieme di \mathbf{R}^2 : la mappa F (che è data) descrive quindi le possibili traiettorie (e relative velocità) di propagazione per il fuoco nel punto x al tempo t . Una strategia di confinamento può essere allora descritta come una famiglia di insiemi 1-dimensionali $\gamma(\tau)$ (dipendenti dal tempo) che le traiettorie del fuoco non possono attraversare. Ad ogni strategia di confinamento si può attribuire naturalmente un costo, che dipenderà dalle dimensioni degli insiemi $\gamma(t)$ e dell'area raggiunta dal fuoco. Questo problema variazionale, introdotto recentemente da Alberto Bressan, ammette l'esistenza di un minimo sotto ipotesi piuttosto generali. La dimostrazione è un'interessante combinazione di tecniche di teoria geometria della misura e opportune "strategie di gioco".