

Abstract: In ambiente euclideo molte questioni riguardanti le pde's e il calcolo delle variazioni (ad esempio l'omogenizzazione non-periodica per equazioni ellittiche del secondo ordine, o la semicontinuità di funzionali variazionali nell'elasticità) possono essere ridotti al seguente problema: date due successioni $(E_k)_k$ e $(D_k)_k$ di campi vettoriali convergenti debolmente in $L^2(\mathbb{R}^n)$ cosa si può dire della convergenza del loro prodotto scalare? Il teorema di compattezza per compensazione di Murat e Tartar fornisce una risposta. Stabilisce che il prodotto scalare $\langle D_k, E_k \rangle$ converge ancora nel senso delle distribuzioni purché $\{\operatorname{div} D_k : k \in \mathbb{N}\}$ e $\{\operatorname{curl} E_k : k \in \mathbb{N}\}$ siano compatte in $H_{\text{loc}}^{-1}(\mathbb{R}^n)$ e $(H_{\text{loc}}^{-1}(\mathbb{R}^n))^{n(n-1)/2}$, rispettivamente. Se si è interessati, ad esempio, al problema dell'omogenizzazione non periodica per operatori differenziali in un gruppo di Carnot è naturale guardare ad un simile risultato per campi vettoriali in questo gruppo. Nel seminario presenterò alcune proprietà dei gruppi di Carnot e poi proverò un teorema di compattezza per compensazione in gruppi di Carnot. Come applicazione, vorrei mostrare alcune questioni legate alle equazioni di Maxwell in gruppi di Heisenberg.